Übungen zur Kurvendiskussion

1 Gegeben ist die Funktion $f(x)=\sqrt{2x^2-3x-2}$.

1.1 Welchen maximalen Definitionsbereich hat f? $D=\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty[$

1.2 Bestimmen Sie die Nullstellen von f. $x_1=2,\ x_2=-\frac{1}{2}$

1.3 Welches Verhalten zeigt die Funktion am Rand des Definitionsbereichs?

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty,\ \lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty,\ \lim_{x\overset{>}{\to}2} f(x)=0,\ \lim_{x\overset{<}{\to}-\frac{1}{2}} f(x)=0$$

1.4 Besitzt der Graph von f Wendepunkte? nein

1.5 Welche Gleichung hat die Tangente an den Graphen von f im Punkt $B\left(-3\mid f(-3)\right)$?

$$y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$$

2 Betrachtet wird die Funktion $f(x)=\ln\frac{5-4x}{3+x}$ auf ihrer maximalen Definitionsmenge D.

2.1 Bestimmen Sie D. $D=\left]-3;\frac{5}{4}\right[$

2.2 Berechnen Sie die Schnittpunkte des Graphen von f mit den Koordinatenachsen.

$$\left(\frac{2}{5}\mid 0\right),\ \left(0\mid \ln\frac{5}{3}\right)$$

2.3 Untersuchen Sie das Verhalten von f am Rand des Definitionsbereiches.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty,\ \lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$$

2.4 Berechnen Sie die Steigung des Graphen an seinem Wendepunkt. $m=-\frac{16}{17}$

2.5 Zeigen Sie, dass die Beziehung $\ln 16=f\left(-\frac{7}{8}+t\right)+f\left(-\frac{7}{8}-t\right)$ gilt.

$$\ln\frac{5-4\left(-\frac{7}{8}+t\right)}{3+\left(-\frac{7}{8}+t\right)}+\ln\frac{5-\left(-\frac{7}{8}-t\right)}{3+\left(-\frac{7}{8}-t\right)}=\ln\left(\frac{5-4\left(-\frac{7}{8}+t\right)}{3+\left(-\frac{7}{8}+t\right)}\cdot\frac{5-\left(-\frac{7}{8}-t\right)}{3+\left(-\frac{7}{8}-t\right)}\right)=$$

$$=\ln\frac{\left(\frac{17}{2}-4t\right)\left(\frac{17}{2}+4t\right)}{\left(\frac{17}{8}+t\right)\left(\frac{17}{8}-t\right)}=\ln\frac{4\left(\frac{17}{8}-t\right)\cdot 4\left(\frac{17}{8}+t\right)}{\left(\frac{17}{8}+t\right)\left(\frac{17}{8}-t\right)}=\ln 16$$