1 Im $\mathbb{R}^2$ wird eine Achsenspiegelung an der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ durchgeführt. Geben Sie die beschreibende Matrix an.

$$\begin{pmatrix} -0{,}6 & 0{,}8 \\ 0{,}8 & 0{,}6 \end{pmatrix}$$

2 Welche Matrix beschreibt im $\mathbb{R}^2$ eine Drehstreckung am Ursprung um den Winkel $\alpha = 60°$ mit dem Streckungsfaktor $k = 2$?

$$\begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$$

3 Im $\mathbb{R}^2$ wird eine Achsenspiegelung an der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ durchgeführt.

3.1 Geben Sie die Darstellung der Abbildung in den natürlichen Koordinaten des $\mathbb{R}^2$ an.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

3.2 Wie lautet die Abbildungsmatrix in homogenen Koordinaten?

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4 Stellen Sie eine Drehung am Zentrum $Z(3 \mid 4)$ um den Winkel $\alpha = 20\,°$ in homogenen Koordinaten dar. Runden Sie auf vier Nachkommastellen.

$$\begin{pmatrix} 0{,}9397 & -0{,}3420 & 1{,}5490 \\ 0{,}3420 & 0{,}9397 & -0{,}7848 \\ 0{,}0000 & 0{,}0000 & 1{,}0000 \end{pmatrix}$$

5 Die Matrix $\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} & 0 \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4}\sqrt{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}$ beschreibt eine Drehung um eine Ursprungsgerade im $\mathbb{R}^3$. Geben Sie die Drehachse sowie den Drehwinkel an.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2\sqrt{3} - 3 \\ \sqrt{3} - 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha = 66{,}45°$$

6 Im $\mathbb{R}^3$ wird eine Drehung um die Achse $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ um den Drehwinkel $\alpha = 90\,°$ durchgeführt.

6.1 Stellen Sie die Abbildung in homogenen Koordinaten dar.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

6.2 Worauf wird der Punkt $P(2\,|\,3\,|\,1)$ abgebildet?

$$P'(0\,|\,3\,|\,3)$$

6.3 Wie lautet die Matrix der zugehörigen Umkehrabbildung?

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$