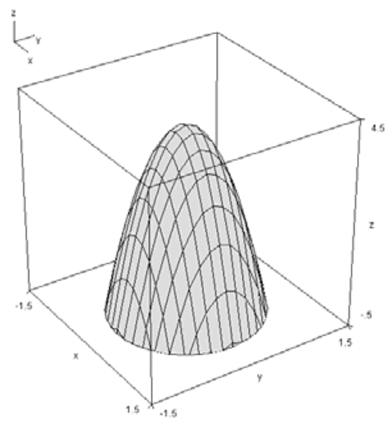
1 Lösen Sie unter Verwendung der Methoden „Trennung der Variablen“ und „Variation der Konstanten“ das Anfangswertproblem $y' = \dfrac{y}{x} + x \cdot \sin x$, $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1$.

2 Lösen Sie unter Verwendung eines geeigneten partikulären Ansatzes das Anfangswertproblem $y' - 2y = 20 \cdot e^{-3x} - 4x - 8$, $y(0) = 0$.

3 Transformieren Sie die Matrix $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ auf Diagonalgestalt.

Geben Sie die Transformationsmatrix $\mathbf{S}$ sowie die Diagonalmatrix $\mathbf{S}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}$ an.

4 Die Funktion $f : A \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ soll über A integriert werden. Dabei ist A das Dreieck mit den Eckpunkten $P(1 \mid 0)$, $Q(5 \mid 2)$ und $R(3 \mid 4)$.
Geben Sie geeignete Integrationsgrenzen an für $\iint\limits_A f(x;y)\, dA$.



5 Die Funktion $z : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $(x,y) \mapsto 4 - 4x^2 - 4y^2$ beschreibt für $z > 0$ ein auf der x-y-Ebene stehendes, umgekehrtes Paraboloid.
Berechnen Sie das Trägheitsmoment:

$$J_z = \iiint\limits_V \left(x^2 + y^2\right) dV$$

6 Lösen Sie das Gleichungssystem $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & -10 & -8 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit dem Gaußschen Eliminationsalgorithmus.
Geben Sie eine Darstellung der Lösung in ganzen Zahlen an.