AUFGABE 1 **6 Punkte**

Lösen Sie unter Verwendung der Methoden „Trennung der Variablen“ und „Variation der Konstanten“ das Anfangswertproblem $y' = \frac{y}{x} + x^2 \cos(x)$, $y(\pi) = 0$.

AUFGABE 2 **8 Punkte**

Gegeben sind die Matrix $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 9 & -6 & 2 & -7 \\ 6 & -12 & 4 & -2 \\ 27 & -30 & 10 & -17 \\ -5 & 6 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ sowie der Vektor $\vec{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 50 \\ -10 \end{pmatrix}$.

Geben Sie die Lösungsgesamtheit des linearen Gleichungssystems $\mathbf{A} \cdot \vec{\mathbf{x}} = \vec{\mathbf{b}}$ in Parameterform an. Das Ergebnis darf nur ganze Zahlen enthalten.

AUFGABE 3 **14 Punkte**

Transformieren Sie die Matrix $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 8 & -5 & -4 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ auf Jordanform. Geben Sie die Transformationsmatrix $\mathbf{S}$ sowie die daraus resultierende Jordanmatrix $\mathbf{S}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}$ an.

AUFGABE 4 — 6 Punkte

Betrachtet wird die Funktion $f\left(x;y\right) = 3xy - 2x^2 - y^2 + x + 5$.

Bestimmen Sie Lage und Art aller lokalen Extremal- und Sattelpunkte.

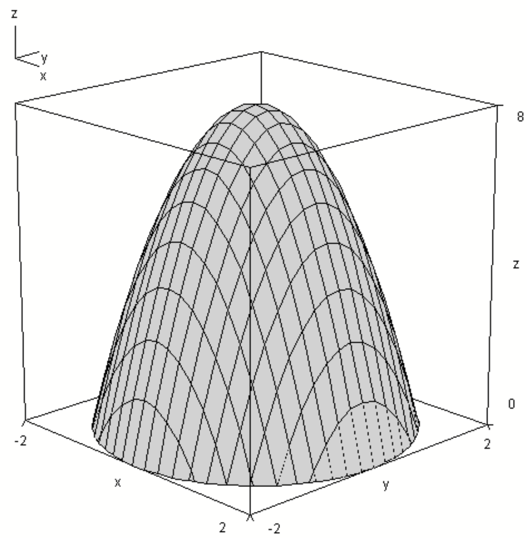
AUFGABE 5 — 16 Punkte

Der Graph der Funktion

$$z : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\,,\ \left(x,y\right) \mapsto 8 - 2x^2 - 2y^2$$

beschreibt für $z > 0$ ein auf der x-y-Ebene stehendes, umgekehrtes Paraboloid.

Berechnen Sie die Koordinaten des Schwerpunkts $S\left(x_S;y_S;z_S\right)$ dieses Körpers K.



Hinweis: $z_S = \dfrac{\iiint\limits_K z\,dV}{\iiint\limits_K dV}$