1 Bestimmen Sie jeweils den Entwicklungspunkt und den Konvergenzradius der angegebenen Potenzreihe:

1.1 $\sum_{n=0}^{\infty} 3n\,(x+1)^n$ $\quad x_0 = -1,\ r = 1$

1.2 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n n}(x-3)^n$ $\quad x_0 = 3,\ r = 2$

1.3 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\left(\frac{x+2}{2}\right)^n$ $\quad x_0 = -2,\ r = 2$

1.4 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x+21)^n}{n \cdot 2^n}$ $\quad x_0 = -7,\ r = \frac{2}{3}$

1.5 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5x-20)^n}{n^2}$ $\quad x_0 = 4\ r = \frac{1}{5}$

1.6 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{2^n} x^n$ $\quad x_0 = 0,\ r = 0$

1.7 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2^n)^n}$ $\quad x_0 = 0,\ r = \infty$

1.8 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^4 \cdot 2^{2n}} x^n$ $\quad x_0 = 0,\ r = 4$

1.9 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4x-1)^n}{n^n}$ $\quad x_0 = \frac{1}{4},\ r = \infty$

1.10 $\sum_{n=0}^{\infty} \left(2+(-1)^n\right)^n x^n$ $\quad x_0 = 0,\ r = \frac{1}{3}$

2 Für welche reellen Werte von x konvergiert $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}}\left(1-\frac{1}{x}\right)^n$? $\quad x \in \left[\frac{1}{2};+\infty\right)$

3 Bestimmen Sie jeweils die Mac-Laurin-Reihe der angegebenen Funktion:

3.1 $f(x) = \frac{1}{1-x}$ $\quad \sum_{k=0}^{\infty} x^k$

3.2 $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ $\quad \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k x^{2k}$

3.3 $f(x) = \ln\frac{1+x}{1-x}$ $\quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2}{2k+1} x^{2k+1}$

3.4 $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ $\quad 1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot 2x^{2k}$

4 Bestimmen Sie eine Zahl b so, dass $1 + e^b + e^{2b} + e^{3b} + \ldots = 9$ gilt. $\quad b = \ln\frac{8}{9}$